

Муниципальное автономное образовательное учреждение
«Чечулинская средняя общеобразовательная школа»

Согласована
на заседании педагогического совета
Протокол № 5
От 30.08.2023г

Утверждаю:

Директор школы

Алексеев А. В.

Приказ № 96а

30.08.2023г



ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
**"Решение нестандартных задач
по математике"**

Уровень образования: **основное среднее образование**

Класс: **11**

Срок реализации программы: **1 год**

Составила: **Андреева В. Н.**

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К КУРСУ

Основная задача обучения математике в школе – обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Структура экзаменационной работы в форме ЕГЭ требует от учащихся умений выполнять задания повышенной и высокой сложности. В рамках урока не всегда возможно рассмотреть подобные задания, поэтому программа курса позволяет решить эту задачу. Данный курс предназначен как для дополнения знаний учащихся, полученных ими на уроках, так и для их углубления.

Цель элективного курса:

Повышение уровня математической подготовки выпускников школы.

Задачи:

1. Развить и укрепить имеющиеся навыки, освоить ранее неизвестные учащимся приёмы и методы решения уравнений и неравенств.
2. Создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации полученных ранее знаний.
3. Формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач.
4. Развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.
5. Подготовить учащихся к ЕГЭ и дальнейшему обучению в других учебных заведениях.

Общая характеристика курса.

Предлагаемый курс предназначен для учащихся 11 класса. Курс опирается на знания и умения, полученные учащимися при изучении математики основной школы. Тематика курса составлена с таким расчетом, чтобы систематизировать и обобщить полученные на уроках знания учащихся, одновременно расширяя и углубляя их, а также рассмотреть некоторые вопросы, изучение которых не предусмотрено школьной программой.

Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Тематика задач не выходит за рамки курса образовательного стандарта, но уровень их трудности - повышенный, превышающий обязательный.

Особенности курса: приоритет развивающей функции обучения над информационной, усиление практической значимости изучаемого материала, широкие возможности для реализации уровневой дифференциации в обучении. Значительное место в учебном процессе отведено самостоятельной математической деятельности учащихся, учитывающей мыслительные особенности данного возраста.

Программа данного курса предусматривает:

- формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
- развитие математических способностей;
- повышение уровня обученности учащихся;
- подготовку учащихся к сдаче ЕГЭ.

Тематика программы обеспечивает:

- интеллектуальное развитие учащихся;
- формирование математического мышления;

- формирование представлений об идеях и методах математики;
- развитие познавательной активности учащихся и творческого подхода к решению математических задач;
- формирование потребности к самообразованию и способности к адаптации в изменившемся обществе.

Достижению целей служат специально подобранные задачи. На занятиях рассматриваются такие задачи, решение которых не требует дополнительных знаний, но эти знания используются в новых нетривиальных ситуациях.

Занятия построены по схеме «Ключевая задача + упражнения». Разбор ключевых задач, в ходе совместной деятельности учителя с учащимися, позволяет обеспечить «ориентировку» в материале. Структура материала курса такова, что учащиеся имеют возможность решать задачи теми способами и средствами, которыми к этому времени располагают в результате изучения материала основного курса. Многие задания допускают несколько способов решений, которые рассматриваются и разбираются на занятиях. Предпочтение отдается наиболее доступным, рациональным способам, которые помогут учащимся «набить руку» в практике решения разнообразных задач.

Курс призван помочь учащимся с любой степенью подготовленности в овладении способами деятельности, методами и приемами решения математических задач, повысить уровень математической культуры, способствует развитию познавательных интересов, мышления учащихся, умению оценить свой потенциал для дальнейшего обучения.

На учебных занятиях используются активные **методы** обучения, предусматривается самостоятельная работа учащихся с различными источниками информации. Занятия проходят в форме свободного практического урока и состоят из обобщенной теоретической и практической частей.

Курс предусматривает изучение методов решения уравнений и неравенств с модулем, параметрами, расширение и углубление знаний учащихся по решению тригонометрических, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Большое внимание уделяется задачам с параметрами. Задания данного курса не просты в решении, что позволяет повысить учебную мотивацию учащихся.

Система оценки достижений учащихся: административной проверки материала курса не предполагается. По окончании каждого раздела предполагается промежуточный контроль в форме срезовых и тестовых заданий и других активных методов.

Соответствующие задания могут включаться в проверочные и контрольные работы, но только в качестве дополнительных заданий. В технологии проведения занятий присутствует элемент перекрестной и самопроверки, который предоставляет учащимся возможность самим проверить, как ими усвоен изученный материал.

Предполагаемые результаты обучения.

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации.

В процессе обучения обучающиеся приобретают следующие умения:

- решать уравнения, неравенства и их системы, изображать на координатной плоскости множества решений;
 - исследовать уравнения, неравенства;
 - решать задачи повышенной сложности;
- анализировать полученный результат;
- применять нестандартные методы при решении уравнений, неравенств, задач.

В результате обучения ученик должен использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие тригонометрические функции;
- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения;
- построения и исследования простейших математических моделей.

Рабочая программа курса рассчитана на 17 часов.

Содержание

Тригонометрические уравнения и неравенства. (3ч)

Уравнения, решаемые понижением степени. Универсальная подстановка. Искусственные приемы при решении тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства. Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями

Производная (3ч).

Применение производной к исследованию функций. Задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Задачи на оптимизацию. Построение графиков функций. Производная в экономических расчётах

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства(3ч).

Методы решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах ЕГЭ.

Задания с параметром (5ч)

Линейное уравнение с параметром
Дробно-рациональные уравнения с параметром. Уравнения с заданными условиями.
Квадратные уравнения с параметром. Квадратные уравнения с заданными условиями.
Линейные неравенства с параметром.
Квадратные неравенства с параметром. Метод интервалов при решении неравенств с параметром.
Уравнения и неравенства с параметром, содержащие переменную под знаком модуля.
Графический метод при решении линейных уравнений и неравенств с параметром.

Применение свойств функции к решению уравнений (3ч)

Сравнение областей определения.
Сравнение областей значений.

Применение четности.
 Симметричность функций.
 Применение монотонности

Тематическое планирование

№п.п	Название раздела	Кол-во часов	Название темы	Кол-во часов
1	Тригонометрические уравнения и неравенства	3	Уравнения, решаемые понижением степени. Универсальная подстановка. Искусственные приемы при решении тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства. Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями	1 1 1
2	Производная	3	Применение производной к исследованию функций Задачи на оптимизацию. Построение графиков функций Производная в экономических расчётах	1 1 1
3	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	3	Методы решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств. Логарифмические уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах ЕГЭ. Показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах ЕГЭ.	1 1 1
4	Задания с параметром	5	Линейные уравнения и неравенства с параметром. Квадратные уравнения и неравенства с параметром Дробно-рациональные уравнения с параметром. Уравнения с заданными условиями. Уравнения и неравенства с параметром, содержащие переменную под знаком модуля. Графический метод при решении линейных уравнений и неравенств с параметром.	1 1 1 1 1

5	Применение свойств функции к решению уравнений	3	Применение областей определения и областей значения функции Применение четности и симметричности функций. Графический метод при решении линейных уравнений и неравенств с параметром	1 1 1
---	--	---	--	-------------

ЛИТЕРАТУРА

1. ЕГЭ. Математика. Задание С6 / А.В. Шевкин, Ю.О. Пукас. – М.: Издательство «Экзамен», 2011.
2. Панферов В.С., Сергеев И.Н. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач; ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2010.
3. Математика: учебное пособие (Сдаем ЕГЭ) / М.А. Ляшко, С.А. Ляшко, О.В. Муравина. – М.: Дрофа, 2011.
4. Алгебра. Углубленный курс с решениями и указаниями (ЕГЭ, олимпиады, экзамены в вуз) / Золотарева Н.Д., Попов Ю.А. и др. – М.: Изд-во Московского Университета, 2011.
5. Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики / М. Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л. И. Завич.
6. Готовимся к экзамену по математике: учебное пособие / В.С. Крамор. М.: ООО «Издательство Оникс», ООО «Издательство «Мир и Образование», 2006. – 544 с.
7. Математика. ЕГЭ: сборник заданий: методическое пособие для подготовки к экзамену / Ю.А. Глазков, Т.А. Корешкова, В.В. Мирошин, Н.В. Шевелева. – 3-е изд., испр. – М.: Издательство «Экзамен», 2012.

Сайты при подготовке к ЕГЭ:

- <http://www.educat.samregion.ru/>
- www.ege.edu.ru – Интернет – портал информационной поддержки ЕГЭ
- www.fipi.ru – Сайт Федерального института педагогических измерений
- www.mioo.ru – Сайт Московского института открытого образования

Приложение 1

Задания для индивидуальной работы, работы в группах

«Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств»

Вариант 1.

1. Решите данное уравнение тремя способами (с помощью формул двойного угла, метода вспомогательного угла и универсальной подстановки) и докажите, что полученные ответы совпадают:

$$2\sin x - 3\cos x = 2.$$

2. Используя умножение на тригонометрическую функцию, решите уравнения:

а) $\cos x \cos 2x \cos 4x = 1/8$;

б) $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = 0,5 \operatorname{ctg} x$.

3. Решите уравнение:

а) $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$;

б) $|\cos x|(2x-4) = |x-2|$;

в) $\sqrt{\sin x \cos x} = \sin x \cos x$

Задание С1: Решите уравнение $5\sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$. В ответ запишите то множество решений, которое принадлежит отрезку $[0; \pi]$.

Вариант 2.

1. Решите данное уравнение тремя способами (с помощью формул двойного угла, метода вспомогательного угла и универсальной подстановки) и докажите, что полученные ответы совпадают:

$$3\cos x - 4\sin x = 5.$$

2. Используя умножение на тригонометрическую функцию, решите уравнения:

а) $4\cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x$;

б) $\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -0,5$.

3. Решите уравнение:

а) $|\cos x| = \cos x - 2 \sin x$;

б) $|\operatorname{tg} x|(x+3) = |x+3|$;

в) $\sqrt{2-3\cos 2x} = \sqrt{2-3\cos x}$.

Задание C1: Решите уравнение $5 \sin 2x - 11(\sin x + \cos x) + 7 = 0$. В ответ запишите то множество решений, которое принадлежит отрезку $[0; \pi]$.

«Показательные и логарифмические уравнения и неравенства»

Вариант 1.

1. Решите уравнения:

а) $9^{|3x-1|} = 3^{8x-2}$;

б) $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| = \frac{x-1}{x+2}$;

в) $\frac{x}{2} = \frac{1}{x+6}$ (введение новой переменной);

Вариант 2.

1. Решите уравнения:

а) $25^{|1-2x|} = 5^{8x-2}$;

б) $\left| \frac{x-1}{x+2} \right| = \frac{x-1}{x+2}$;

в) $\frac{x}{9} = \frac{9}{x}$ (введение новой переменной);

«Задания с параметром»

Вариант 1.

1. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{5ax-3} = 5x+3$ имеет только одно решение.

1. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{x^2-4x+1} = 3x$ не имеет решений.

2. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $4x^2+11x+a=0$ имеет только один корень.

Вариант 2.

1. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{2-2a-5x} = x$ имеет только два решения.

2. При каких значениях параметра a уравнение $\sin^2 2x + \sin^2 x = 1$ не имеет решений?

3. Найдите все целые значения параметра a , при каждом из которых уравнение $54 \sin^2 \frac{x}{2} = 3 \cos \frac{x}{2}$ имеет решения. Найдите эти решения?

4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $2 \sin^2 a x = a^2$ имеет единственный корень.

Зачетная работа

Вариант 1

1. Решить уравнение:

а) ~~$1 + \sin 2x = 2 \cos x$~~

б) ~~$\frac{1}{2 \cos \sqrt{x}} = 1$~~

в) ~~$4^{\sqrt{2x}} - 52 \cdot 4^{\sqrt{2x-2}} = 1$~~

2. Решите неравенство:

~~$\frac{10x^2 - 10x + 1}{16} \geq 0$~~

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение ~~$9 - 3^{2+4a} = 2 \cdot 6^a$~~ имеет единственное решение.

Вариант 2

1. Решить уравнение:

а) ~~$1 + \sin 2x = 2 \cos x$~~

б) ~~$\frac{2 \sin \sqrt{x}}{2 \sin \sqrt{x}} = 1$~~

в) ~~$4^{\sqrt{2x}} - 292 \cdot 4^{\sqrt{2x-2}} = 1$~~

2. Решите неравенство:

~~$\frac{10x^2 - 10x + 1}{10} \geq 0$~~

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение ~~$644^{2+5a} = 2 \cdot 8^a$~~ не имеет действительных корней.

«Применение свойств функций к решению уравнений и неравенств»

Вариант 1. Часть 1

При выполнении заданий этой части укажите цифру, которая обозначает выбранный вами ответ.

A1. Решите уравнение $x^2 - 4x + 4 + |x^2 - 3x + 2| = 0$.

1) -2; 2) 2; 3) 1; 4) не имеет корней.

A2. Решите уравнение $2 - x = \sqrt{x + 18}$ и укажите верное утверждение о его корнях.

- 1) корень только один, и он положительный;
- 2) корень только один, и он отрицательный;
- 3) корней два, и они разных знаков;
- 4) корней два, и они отрицательные.

A3. Найдите область значений функции $g(x) = 2 \sin x - 1$.

1) [-2; 0]; 2) [-2; 1]; 3) [-3; 1]; 4) [-2; 2].

Часть 2

Ответом на каждое задание этой части работы будет некоторое число. Это число надо вписать рядом с номером задания.

B1. Решите уравнение $(2x^2 - 9x)\sqrt{2-x} = -9\sqrt{x-2}$. (Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите сумму всех его корней).

B2. Решите уравнение $\cos^2((x-3) \cdot \sin x) = 1 + |\log_3(x^2 - 5x + 7)|$

В3. Решите неравенство $3 \cos^2 x \geq 3 + |\log_5(x^2 - 4x + 1)|$

Часть 3

На листке запишите номер задания, а затем приведите полное, обоснованное решение.

С1. Найдите нули функции $y = \ln^2(x^2 - 3x - 9) + \sqrt{x^3 - 8x - 8}$

Вариант 2.

Часть 1

При выполнении заданий этой части укажите цифру, которая обозначает выбранный вами ответ.

А1. Решите уравнение $x^2 - 10x + 25 + |x^2 - 9x + 20| = 0$.

1) -5; 2) 5; 3) 4; 4) не имеет корней.

А2. Решите уравнение $x - 4 = \sqrt{31 - 6x}$ и укажите верное утверждение о его корнях.

1) корней два, и они разных знаков;

2) корней два, и они положительные;

3) корень только один, и он положительный;

4) корень только один, и он отрицательный.

А3. Найдите область значений функции $h(x) = 3 + \lg x$.

1) $[3; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $(-\infty; 3)$; 4) $(3; +\infty)$.

Часть 2

Ответом на каждое задание этой части работы будет некоторое число. Это число надо вписать рядом с номером задания.

В1. Решите уравнение $x^2 \sqrt{x-1} - 4\sqrt{1-x} = 0$. (Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите сумму всех его корней).

В2. Решите уравнение $\cos^2(x \cdot \sin x) = 1 + \log_3 \sqrt{x^2 + x + 1}$

В3. Решите неравенство $\log_{0.2}(-x^2 + 6x - 8) \leq -9 + 6x - x^2$

Часть 3

На листке запишите номер задания, а затем приведите полное, обоснованное решение.

$$y = \sin^2 \pi x + \frac{12}{\ln^2(x^2 - x + 1)}$$

С1. Найдите нули функции